УДК 621.396

В. А. Пахотин, И. Б. Чернова, К. В. Власова

ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

Предложен метод фильтрации радиоимпульса на фоне сосредоточенной по частоте помехи. Основой метода являются положения теории оптимального приема и положения линейного пространства сигналов. Выведены основные выражения при фильтрации сигнала как в области ортогональности сигнала и помехи, так и в области их неортогональности. Представлены выражения для импульсных и частотных характеристик фильтров.

A method of filtering radar pulse on the background of the focus obtained by frequency interference. The basis of the method are the principles of the theory of optimal reception and position of the linear space of signals. Derived the basic expressions when filtering of the signal strength in the area of orthogonality of signal and noise, and their non-orthogonality. Equations for impulse and hour-tonyh characteristics of filters.

Ключевые слова: фильтрация, оптимальный прием, линейное пространство сигналов, метод максимального правдоподобия.

Key words: filtering, optimal reception, the linear space of signals, maximum likelihood method.

Одной из актуальных задач в области статистической радиофизики стала задача фильтрации сигналов на фоне помех. Сегодня в связи с активным применением широкополосных сигналов необходимость в более эффективном решении задачи фильтрации существенно увеличивается. В настоящее время для решения задачи фильтрации используются оптимальные согласованные с сигналом фильтры, подавляющие помеху вне полосы пропускания [1—3]. Если сосредоточенная по частоте или пространству помеха находится внутри полосы пропускания фильтра, тогда используют режекторные фильтры, подавляющие помеху и частично искажающие информацию о сигнале [1—3]. По представлениям линейного пространства сигналов [1] помеха и сигнал могут быть отображены векторами. Длины векторов определяется энергией сигнала и энергией помехи. Их взаимное расположение в пространстве определяется косинусом угла α между векторами, который зависит от неэнергетических параметров сигнала и помехи. Следовательно, процесс взаимодействия сигнала и помехи может быть описан на основе комплексного коэффициента корреляции между сигналом и помехой. В работах [4—6] для разрешения двух или более неортогональных сигналов используется технология обработки, связанная с преобразованием функционала правдоподобия и его минимизацией в пространстве неэнергетических параметров. В настоящей статье указанная технология обработки используется для решения задачи фильтрации радиоимпульса на фоне непрерывной по частоте помехи. Частота сигнала и помехи могут быть известными или неизвестными. Следовательно, задачей фильтра является не только разрешение сигнала и помехи, но и оценка их параметров. В связи с этим такого рода фильтры относятся к классу адаптивных.

В данной работе рассмотрены возможности фильтрации радиоимпульса на фоне сосредоточенной по частоте помехи с частотой, близкой по отношению к частоте сигнала.

Запишем принятое сообщение, содержащее радиоимпульс, непрерывную синусоиду и аддитивный шум в комплексном виде

$$\hat{y}(t)=\hat{U}_c e^{i\omega_c t}+\hat{U}_n e^{i\omega_n t}+\hat{U}_ш(t)\,, \tag{1}$$

где $\hat{U}_c, \hat{U}_n$ — комплексные амплитуды радиоимпульса и помехи; ω_c, ω_n — круговые частоты радиоимпульса и помехи; $\hat{U}_ш(t)$ — аддитивный шум, квадратурные компоненты которого распределены нормально, имеют средние нулевые значения, дисперсию σ^2 и интервал корреляции τ_k. По выражению (1) запишем логарифм функции правдоподобия, исключая постоянное слагаемое, не участвующее в процессе минимизации:

$$\ln\left(L\left(\hat{U}',\vec{\lambda}'\right)\right)=-\frac{1}{2\sigma^2\tau_k}\int_0^T\left|\hat{y}(t)-\hat{U}'_c e^{i\omega'_c t}-\hat{U}_n e^{i\omega'_n t}\right|^2 dt\,, \tag{2}$$

где $\vec{\lambda}'$ – вектор оцениваемых неэнергетических параметров сигнала; оценочные параметры сигнала отмечены штрихами.

Дифференцируя (2) по амплитудам $\hat{U}'_c, \hat{U}'_n$ и приравнивая дифференциалы к нулю, получим систему уравнений правдоподобия, решая которые найдем функции

$$\hat{U}'_c\left(\vec{\lambda}'\right)=\frac{\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega'_c t}}-\hat{R}\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega'_n t}}}{1-\left|\hat{R}\right|^2},\quad \hat{U}'_n\left(\vec{\lambda}'\right)=\frac{\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega'_n t}}-\hat{R}^*\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega'_c t}}}{1-\left|\hat{R}\right|^2}, \tag{3}$$

где $\hat{R}=\overline{e^{i(\omega_n-\omega_c)t}}$ — коэффициент корреляции между сигналом и помехой; черта сверху означает интегрирование.

Если ω_c, ω_n известны, тогда выражения (3) определяют выходы фильтров с импульсными характеристиками

$$\hat{h}_c=\frac{e^{-i\omega_c t}-\hat{R}e^{-i\omega_n t}}{1-\left|\hat{R}\right|^2},\quad \hat{h}_n=\frac{e^{-i\omega_n t}-\hat{R}^* e^{-i\omega_c t}}{1-\left|\hat{R}\right|^2}\,. \tag{4}$$

Фильтры и помехи настроены на частоты ω_c, ω_n. Реализуя скользящую обработку сообщения, можно разделить сигнал и помеху, если их спектры частично совпадают. Преобразование Фурье от импульсных характеристик фильтра определяет их частотную характеристику

$$\hat{G}_c(\omega)=\frac{\overline{e^{-i(\omega_c-\omega)t}}-\hat{R}\overline{e^{-i(\omega_n-\omega)t}}}{1-\left|\hat{R}\right|^2},\quad \hat{G}_n(\omega)=\frac{\overline{e^{-i(\omega_n-\omega)t}}-\hat{R}\overline{e^{-i(\omega_c-\omega)t}}}{1-\left|\hat{R}\right|^2}\,. \tag{5}$$

Проведем анализ этих выражений.

Пусть $\omega = \omega_c$, тогда $\hat{G}_c(\omega = \omega_c) = 1, \hat{G}_n(\omega = \omega_c) = 0.$

Пусть $\omega = \omega_n$, тогда

$$\hat{G}_c(\omega = \omega_n) = 0, \hat{G}_n(\omega = \omega_n) = 1. \tag{6}$$

Таким образом, фильтр, настроенный на частоту сигнала, имеет коэффициент передачи для сигнала единицу, а для помехи нулевое значение (6). Фильтр, настроенный на частоту помехи, имеет коэффициент передачи для помехи единицу, а для сигнала нулевое значение.

В отличие от режекторных фильтров помеха исключается полностью без искажения информации о сигнале. Такого рода фильтры можно использовать в системах связи с заранее известными частотами для их разделения.

Рассмотрим второй случай: частота сигнала известна, а частота помехи нет. В этом случае выражения (3) являются функциями от частоты помехи ω'_n

$$\hat{U}'_c(\omega'_n) = \frac{\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega_c t}} - \hat{R}\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega'_n t}}}{1-\left|\hat{R}\right|^2}, \; \hat{U}'_n(\omega'_n) = \frac{\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega'_n t}} - \hat{R}^*\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega_c t}}}{1-\left|\hat{R}\right|^2}. \tag{7}$$

Изменяя оценочную частоту ω'_n в заданном диапазоне, получи функцию $\hat{U}'_c(\omega'_n)$ с максимумом в точке $\omega'_n = \omega_n$. Действительно, математическое ожидание от $\hat{U}'_c(\omega'_n)$ определяет следующий результат:

$$M\left(\hat{U}'_c(\omega'_n = \omega_n)\right) = \frac{\hat{U}_c\left(1 - \hat{R}\overline{e^{i(\omega_c - \omega'_n)e}}\right)}{1-\left|\hat{R}\right|^2} \tag{8}$$

в точке $\omega'_n = \omega_n$, в точке максимума $M(\hat{U}'_c(\omega'_n = \omega_n)) = \hat{U}_c$.

Таким образом, фильтры, созданные на основании (7), в системах связи могут выделять сигнал на фоне помехи с неизвестной частотой. Максимум частотной зависимости $\hat{U}'_c(\omega'_n)$ служит критерием отбора решения.

В случае, когда неизвестны частоты как сигнала, так и помехи (например, движущаяся цель в системах локации), тогда выражения (3) не дают возможности решения задачи оценки параметров сигнала. Решение не одиночное. В этом случае перейдем от функционала правдоподобия к преобразованному функционалу правдоподобия, для этого учтем решение (3) с неизвестными параметрами и подставим его в функционал правдоподобия. Получим

$$\Delta(\omega'_c, \omega'_n) = \int_0^T \left|\hat{y}(t)\right|^2 dt - \int_0^T \hat{y}(t)^* \left(\hat{U}'_c(\omega'_c, \omega'_n)e^{i\omega'_c t} + \hat{U}'_n(\omega'_c, \omega'_n)e^{i\omega'_n t}\right)dt. \tag{9}$$

Преобразованный функционал правдоподобия (9) является поверхностью в пространстве оценочных частот сигнала и помехи. Минимум этой поверхности определяет оценки амплитуды $\hat{U}'_c, \hat{U}'_n$, оценки частоты ω'_c, ω'_n и дисперсию шума в принятом сообщении. Математическое ожидание от (9) приводит к следующему выражению:

$$M\left(\Delta\left(\omega'_c,\omega'_n\right)\right)=\int_0^T M\left(\left|\hat{y}(t)\right|^2 dt\right)-\int_0^T M\left(\hat{y}(t)^*\right)\left(\hat{U}'_c\left(\omega'_c,\omega'_n\right)e^{i\omega'_c t}+\hat{U}'_n\left(\omega'_c,\omega'_n\right)e^{i\omega'_n t}\right)dt=$$

$$=\int_0^T\left|\hat{U}_c e^{i\omega_c t}+\hat{U}_n e^{i\omega_n t}\right|^2 dt+\sigma^2 T-\int_0^T\left(\hat{U}^*_c e^{-i\omega_c t}+\hat{U}^*_n e^{-i\omega_n t}\right)\left(\hat{U}'_c\left(\omega'_c,\omega'_n\right)e^{i\omega'_c t}+\hat{U}'_n\left(\omega'_c,\omega'_n\right)e^{i\omega'_n t}\right)dt$$

В точке $\omega'_c=\omega_c$ и $\omega'_n=\omega_n$ оценочные амплитуды будут равны $\hat{U}'_c=\hat{U}_c$ и $\hat{U}'_n=\hat{U}_n$. Кроме того, в этой точке математическое ожидание определяет дисперсию шума σ^2: $M(\Delta(\omega'_c,\omega'_n))=\sigma^2 T$.

Следует отметить, что вышеприведенные выражения по существу решают задачу оценки параметров сигнала и помехи на интервале сигнала T. Процесс фильтрации при этом создается за счет скользящей обработки поступающей информации. При этом пределы интегрирования меняются. Вместо пределов $0 \div T$ устанавливаются пределы $t' \div t'+T$, где t' начало скользящего по принятому сообщению интервала обработки. Если в интервале обработки отсутствует сигнал, тогда его амплитуда будет находиться на уровне шума. Если отсутствует помеха на интервале обработки, то амплитуда помехи будет на уровне шума. В случае, когда радиоимпульс лишь частично попадает в область интервала обработки, будет отмечаться переходной процесс, длительность которого равна T. Функционал правдоподобия при этом будет иметь максимальное значение, равное энергии помехи при отсутствии сигнала. В области переходного процесса значения функционала правдоподобия будет возрастать, а в области, когда радиоимпульс совпадает с интервалом обработки, функционал правдоподобия будет иметь минимальное значение.

Список литературы

1. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. М., 1988.
2. *Цифровые* фильтры в электросвязи и радиотехнике. М., 1982.
3. *Оптимальный* прием сигналов на фоне помех и шумов. М., 2011.
4. *Власова К.В., Пахотин В.А.* Разработка метода повышения разрешающей способности по дальности в радиолокации // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2008. № 5. С. 61—64.
5. *Власова К.В.* Развитие методов обработки информации в системах импульсной локации : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Калининград, 2008.
6. *Марченко И.В.* Частотное разделение сигналов в области высокой корреляции базисных функций : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Калининград. 2001.

Об авторах

Валерий Анатольевич Пахотин — д-р физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: VPakhotin@kantiana.ru

Ксения Валерьевна Власова — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.
E-mail: p_ksenia@mail.ru

Инна Борисовна Чернова — асп., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.
E-mail: ICHernova@kantiana.ru

About the authors

Prof. Valery Pakhotin — I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: VPakhotin@kantiana.ru

Ksenia Vlasova — PhD student, Ass. Prof., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: p_ksenia@mail.ru

Inna Chernova — PhD, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: ICHernova@kantiana.ru